matriks

@icebearrawrr

- Matriks ialah nombor-nombor yang disusun mengikut baris dan lajur dalam bentuk segi empat tepat atau segi empat sama
- Matriks biasanya diwakili dengan huruf besar dan ditulis dalam tanda kurung [ ] atau ( )

$$\begin{array}{c c} \text{baris} \rightarrow & \left[\begin{array}{ccc} 16 & 18 & 11 \\ 5 & 10 & 4 \end{array}\right] \\ & \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ & \text{lajur} \end{array}$$

- Matriks baris ialah matriks yang mempunyai satu baris sahaja
- Matriks lajur ialah matriks yang mempunyai satu lajur sahaja

- Peringkat suatu matriks ditentukan berdasarkan bilangan baris dan lajur matriks itu
- Matriks segi empat sama mempunyai peringkat m x m
- Matriks segi empat tepat mempunyai peringat m x n

$$\begin{array}{c c} \text{baris 1} \rightarrow & \\ \text{baris 2} \rightarrow & \left[\begin{array}{ccc} 16 & 18 & 11 \\ 5 & 10 & 4 \end{array}\right]_{2 \times 3} \\ & \begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \text{lajur 1} & \text{lajur 2} & \text{lajur 3} \end{array} \end{array}$$

- Matriks ini mempunyai 2 baris dan 3 lajur. Jadi, ini ialah matriks peringkat 2×3 dan dibaca sebagai "matriks 2 dengan 3".

Setiap nombor dalam matriks dikenali sebagai **unsur** matriks itu. Misalnya, unsur pada baris ke-2 dan lajur ke-3 bagi matriks $\begin{bmatrix} 16 & 18 & 11 \\ 5 & 10 & 4 \end{bmatrix}$ ialah 4.

Secara umumnya, unsur pada baris ke-i dan lajur ke-j dalam matriks A boleh diwakili oleh

$$a_{ij}$$

baris ke-i lajur ke-j

- Dua matriks adalah sama jika kedua-duanya mempunyai peringkat yang sama dan setiap unsur sepadannya adalah sama

Diberi bahawa matriks $P = \begin{bmatrix} x & 7 \\ 0 & 5 - 3z \end{bmatrix}$ dan matriks $Q = \begin{bmatrix} 5 & y + 1 \\ 0 & 2z \end{bmatrix}$. Tentukan nilai x, nilai y dan nilai z jika $P = Q$.

Penyelesaian:

$P = Q$, maka semua unsur sepadan adalah sama.

$x = 5$, $7 = y + 1$, $5 - 3z = 2z$

$y = 7 - 1$ $\quad$ $5 = 5z$

$y = 6$ $\quad$ $z = 1$

- Operasi tambah dan tolak hanya boleh dilakukan pada matriks-matriks yang mempunyai peringkat yang sama
- Unsur-unsur yang sepadan ditambah atau ditolak untuk mendapat satu matriks tunggal dengan peringkat yang sama

Bagi matriks $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ dan matriks $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$,

$A + B = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \end{bmatrix}$ dan $A - B = \begin{bmatrix} a_{11} - b_{11} & a_{12} - b_{12} \\ a_{21} - b_{21} & a_{22} - b_{22} \end{bmatrix}$.

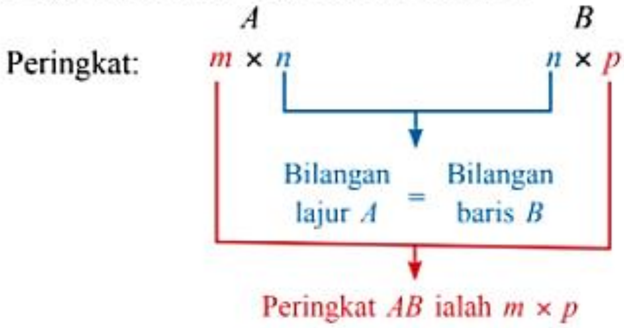
- Pendaraban matriks dengan suatu nombor dikenali sebagai pendaraban skalar
- Proses pendaraban matriks A dengan suatu nombor n adalah seperti penambahan berulang

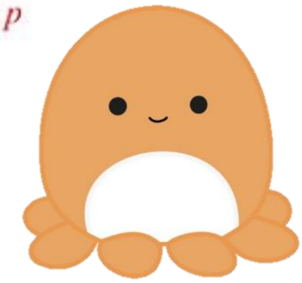
$$nA = \underbrace{A + A + \ldots + A}_{n \text{ kali}}.$$

Diberi matriks $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dan n ialah suatu nombor.

Maka $nA = n\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} na & nb \\ nc & nd \end{bmatrix}$.

n dikenali sebagai skalar.





Jika matriks A mempunyai peringkat $m \times n$ dan matriks B mempunyai peringkat $n \times p$, maka pendaraban AB boleh dilakukan dan peringkat AB ialah $m \times p$.

Diberi matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ dan matriks $B = \begin{bmatrix} 6 & -7 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$. Hitung AB.

Penyelesaian:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 6 & -7 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2)(6)+(3)(-2) & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & \\ & \end{bmatrix}$$

← Unsur pada baris 1 dan lajur 1

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 6 & -7 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & (2)(-7)+(3)(1) \\ \boxed{} & \boxed{} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -11 \\ & \end{bmatrix}$$

← Unsur pada baris 1 dan lajur 2

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 6 & -7 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -11 \\ (1)(6)+(5)(-2) & \boxed{} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -11 \\ -4 & \end{bmatrix}$$

← Unsur pada baris 2 dan lajur 1

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 6 & -7 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -11 \\ -4 & (1)(-7)+(5)(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -11 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$$

← Unsur pada baris 2 dan lajur 2

$$\text{Maka, } AB = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 6 & -7 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (2)(6)+(3)(-2) & (2)(-7)+(3)(1) \\ (1)(6)+(5)(-2) & (1)(-7)+(5)(1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & -11 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$$

TIP Bestari

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}_{2 \times 2} \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix}_{2 \times 1}$$

$$= \begin{bmatrix} (a_{11} \times b_{11}) + (a_{12} \times b_{21}) \\ (a_{21} \times b_{11}) + (a_{22} \times b_{21}) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c_{11} + d_{11} \\ e_{21} + f_{21} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} g_{11} \\ h_{21} \end{bmatrix}_{2 \times 1}$$

- Matriks identiti ialah matriks segi empat sama dengan semua unsur sepanjang pepenjuru dari sudut kiri atas ke sudut kanan bawah ialah 1 dan semua unsur lain ialah 0
- Hasil darab suatu matriks A dengan matriks identiti I ialah matriks A sendiri, iaitu AI = IA = A

Matriks $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ atau $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ dikenali sebagai matriks identiti dan diwakili oleh I.

@icebearrawrr

Pendaraban matriks A dan matriks songsang A, A^{-1}, akan menghasilkan matriks identiti, I.

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

Diberi matriks $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, matriks songsang, A^{-1} boleh diperoleh dengan rumus berikut:

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \text{ dengan keadaan } ad - bc \neq 0$$

Penentu matriks A, $|A|$ ialah $ad - bc$ dengan keadaan $ad - bc \neq 0$. Oleh itu, matriks songsang, A^{-1} wujud. Matriks songsang tidak wujud apabila $ad - bc = 0$.

Diberi $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ dan matriks A berperingkat 2×2. Hitung matriks A.

Penyelesaian:

Diberi hasil darab $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$ dengan A ialah matriks identiti, maka A ialah matriks songsang bagi $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$.

$$A = \frac{1}{(1)(8) - (2)(3)}\begin{bmatrix} 8 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 8 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Persamaan linear serentak

$ax + by = p$

$cx + dy = q$

➔

Bentuk matriks $AX = B$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$$

dengan keadaan a, b, c, d, p dan q ialah pemalar manakala x dan y ialah pemboleh ubah

➔

$$AX = B$$
$$A^{-1}AX = A^{-1}B$$
$$IX = A^{-1}B$$
$$X = A^{-1}B$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{ad - bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$$

@icebearrawwr